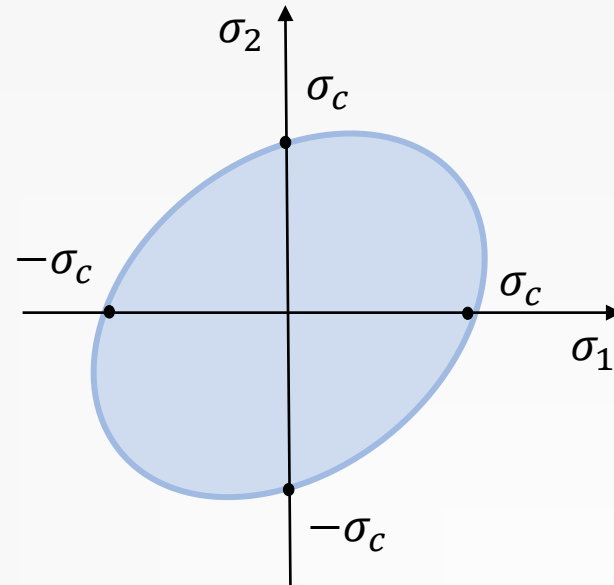
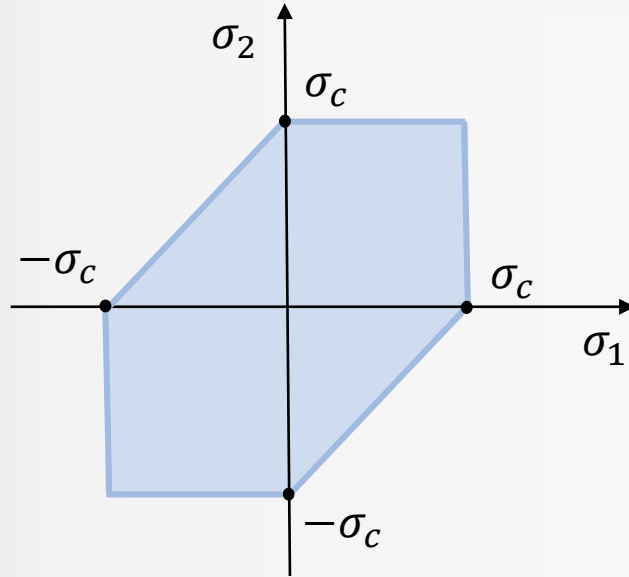


Resistência dos Materiais

Capítulo 5 - Critérios de cedência (ou falha)



Acetatos e imagens baseados nos livros:

- Mechanics of Materials 6th - Beer & Jonhson
- Mecânica e Resistência dos Materiais – V. Dias da Silva
- Resistência dos Materiais 8th, R.C. Hibbeler



- Critérios de cedência para **Materiais Dúcteis**
 - Critério de Tresca (Tensão de Corte Máxima) em 1864;
 - Critério de von Mises (Energia de Distorção) em 1913;
 - Critério da Tensão Principal Máxima

- Critérios de cedência para **Materiais Frágeis**
 - Critério da Tensão Principal Máxima

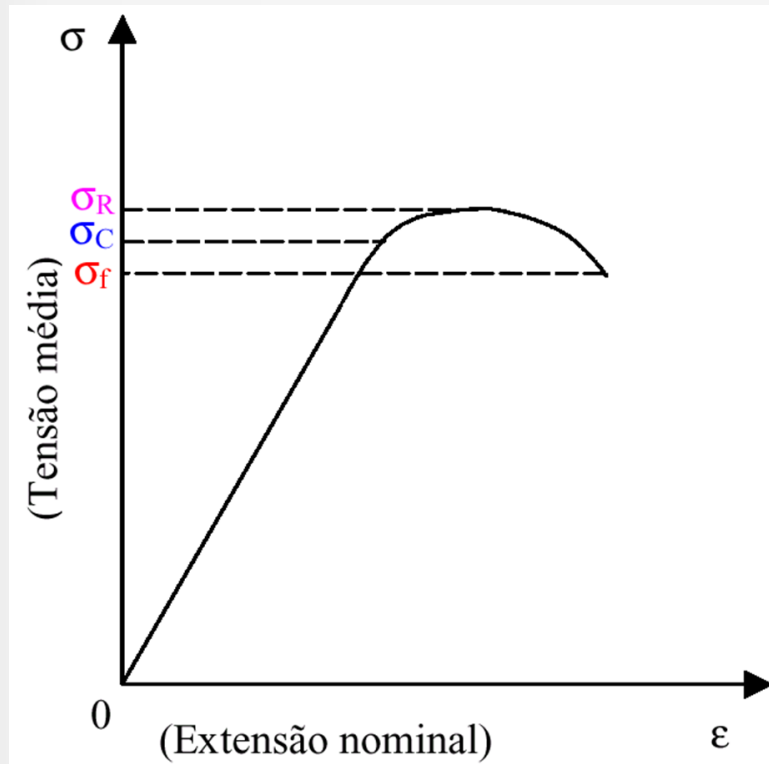
Henri Édouard **Tresca** - Engenheiro francês (1814-1885)

Richard **von Mises** - Matemático e cientista austríaco (1883-1953)

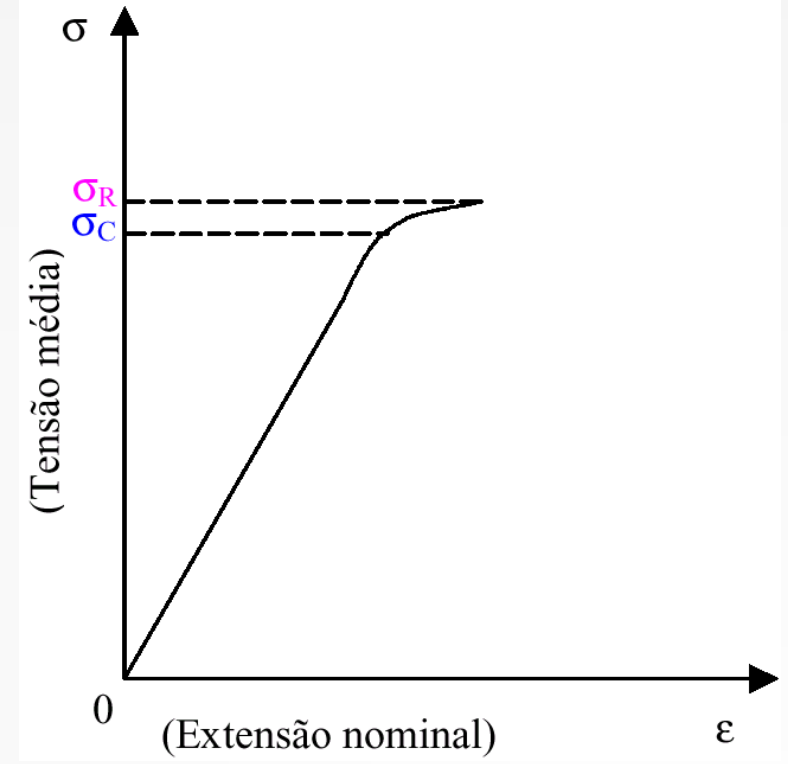


Critérios de cedência

Como relacionar as tensões aplicadas **multiaxiais** com a **tensão limite do material** (σ_c ou σ_R) obtida no ensaio de tração uniaxial?



Materiais Dúcteis



Materiais Frágeis



- A cedência de um elemento submetido a um estado multiaxial de tensão não pode ser diretamente previsto a partir de um ensaio uniaxial.
- É conveniente determinar as tensões principais e utilizar os critérios de cedência a partir do estado de tensão do elemento.
- Eles permitem a comparação das condições de cedência de um ensaio de tensão uniaxial e com um carregamento triaxial ou biaxial utilizando as tensões principais.
- Falha para **material dúctil falha pelo escoamento**, ao passo que se for frágil isso ocorrerá pela rotura.

Como relacionar as tensões aplicadas com a tensão limite do material obtida no ensaio de tração uniaxial?

Tensão equivalente



Critério de cedência - Critério de Tresca (τ_{max}) 2D

Materiais dúcteis

Maximum-Shear-Stress Theory

A falha por cedência ocorre sempre que a tensão de corte máxima aplicada, τ_{max} , atinja a tensão de corte de cedência, $\tau_c = \frac{\sigma_c}{2}$.

$\tau_{max} < \tau_c$ Estado plano de tensão $\Rightarrow \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} < \frac{\sigma_c}{2}$

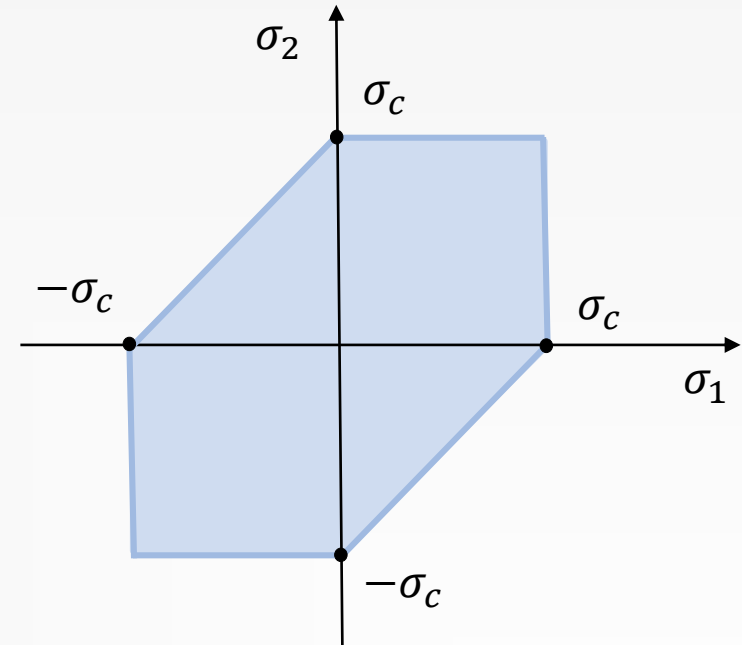
Quando σ_1 e σ_2 têm o mesmo sinal

$\sigma_{eq} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|)$

Quando σ_1 e σ_2 têm sinais diferentes

$\sigma_{eq} = |\sigma_1 - \sigma_2|$

$\sigma_{eq} < \sigma_c$



σ_{eq} - Tensão equivalente

σ_c - Tensão Normal de cedência

Haverá cedência para todos os pontos fora da área da figura.



Materiais dúcteis

A energia de deformação de um corpo é dividida em duas partes; uma volúmica, da responsabilidade da tensão média e outra responsável pela distorção do corpo. O Critério de von Mises ou de HMM (Huber-Mises-Hencky) é um critério de cedência baseado nessa Energia de Distorção. Consiste em:

“A falha ocorre sempre que a energia de distorção verificada num ponto qualquer da peça, atinja o valor da energia de distorção presente no provete de tração quando este entra em cedência.”

Energia de deformação específica total

$$u = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)) = u_v + u_d$$

Energia de distorção específica

$$u_d = \frac{1 + \nu}{6E} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2)$$

Energia de distorção específica do ensaio uniaxial, $\sigma_1 = \sigma_c$ e $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

$$(u_d)_c = \frac{1 + \nu}{3E} \sigma_c^2$$

$$\boxed{u_d < (u_d)_c} \quad \text{Critério de von Mises}$$



Critério de cedência - Critério de von Mises - 3D

Materiais dúcteis

$S_y = \sigma_c$ - Tensão Normal de cedência

$$\frac{1 + \nu}{6E} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2) < \frac{1 + \nu}{3E} \sigma_c^2$$

$$\Rightarrow \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2} < \sigma_c^2$$

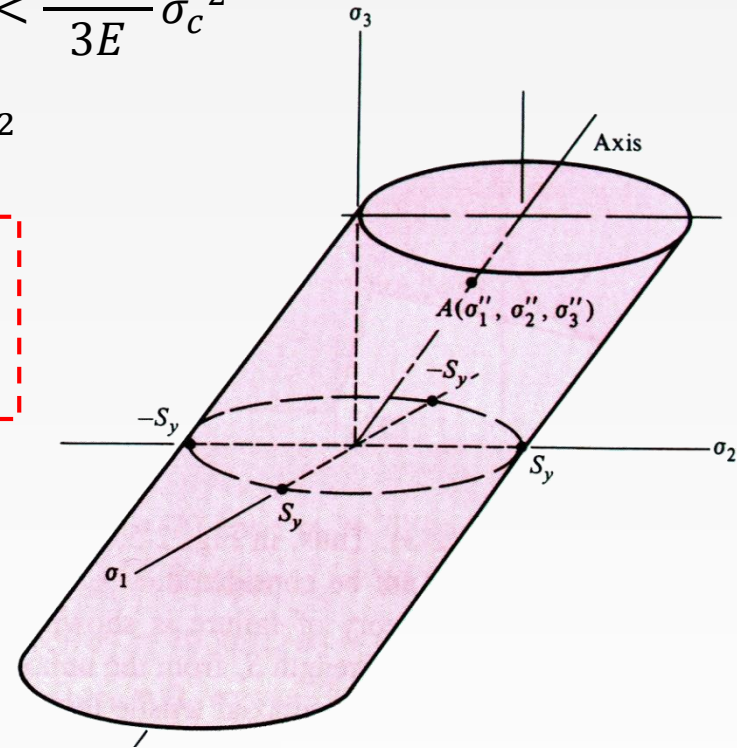
$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}}$$

Haverá cedência para todos os pontos fora do volume da figura.

$$\sigma_{eq} < \sigma_c$$

Utilizando as tensões no sistema xyz:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}$$





Critério de cedência - Critério de von Mises - 2D

Materiais dúcteis

Num estado plano de tensão, $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ logo $\sigma_3 = 0$ temos

$$\frac{\sigma_1^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2}{2} < \sigma_c^2$$

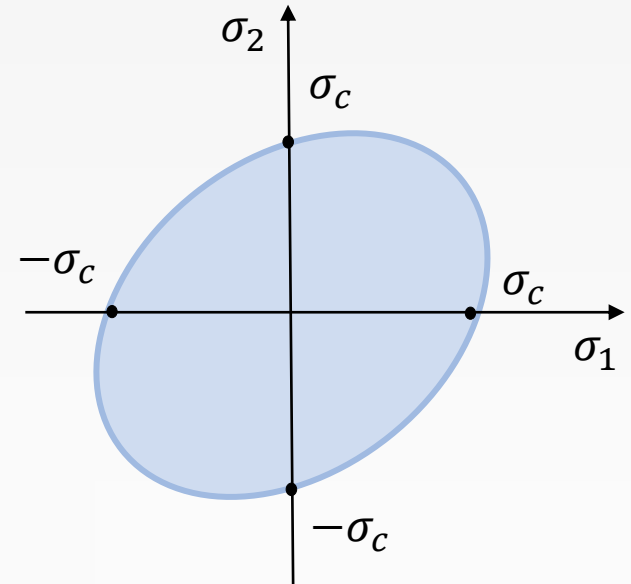
$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

Utilizando as tensões no sistema xyz:

$$\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x^2 + 6(\tau_{xy}^2)}{2} < \sigma_c^2$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

σ_c - Tensão Normal de cedência



$$\sigma_{eq} < \sigma_c$$

Haverá cedência para todos os pontos fora da área da figura.



Critério de rotura - Critério da Tensão Principal Máxima

Materiais frágeis

Também é utilizado em materiais dúcteis.

“Considera que a tensão principal máxima, σ_1 , ou mínima, σ_3 (σ_2), têm importância para efeitos de cedência ou rotura.

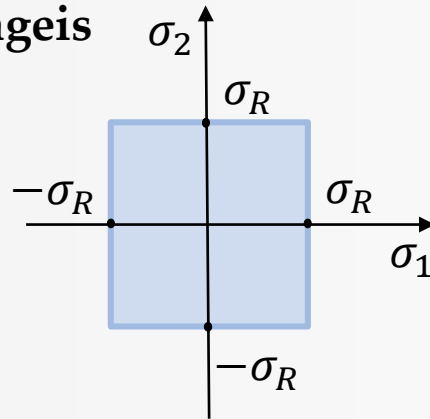
Se existem as outras tensões principais σ_2 e σ_3 ou σ_1 , elas não influenciam a ocorrência de cedência e podem, portanto ser desprezadas.”

Estado triaxial de tensão: $\sigma_{eq} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_3|)$

Estado plano de tensão: $\sigma_{eq} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|)$

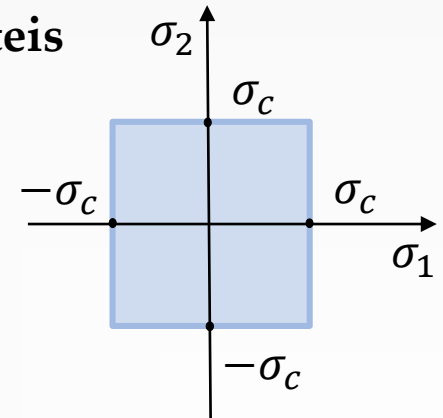
Materiais frágeis

$$\sigma_{eq} < \sigma_R$$



Materiais dúcteis

$$\sigma_{eq} < \sigma_c$$



Haverá rotura/cedência para todos os pontos fora das áreas das figuras.



Comparação dos 3 Critérios 2D

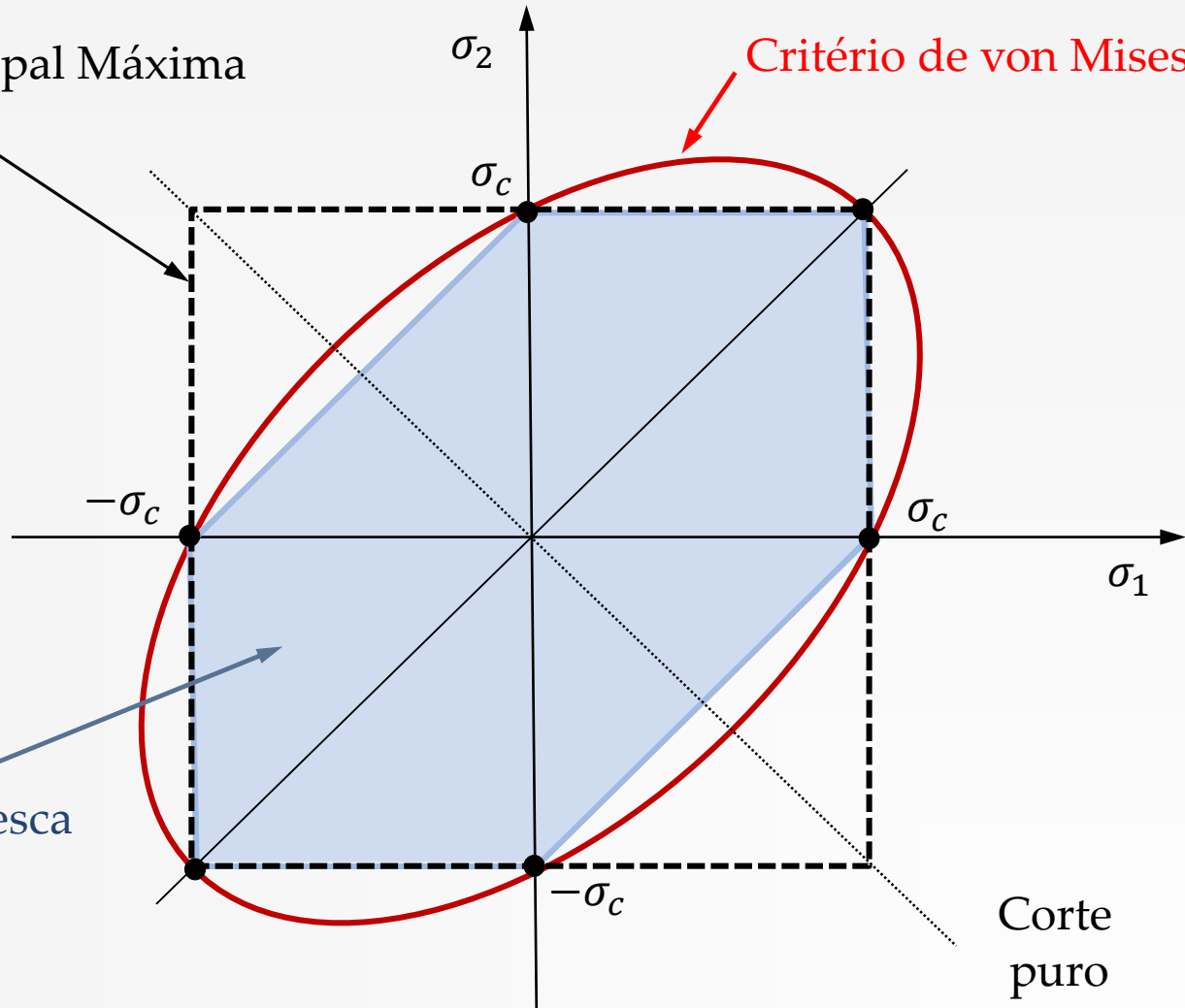
Capítulo 5

Critério da
Tensão Principal Máxima

Critério de von Mises

Critério de Tresca

Corte
puro





Comparação dos Critérios de Tresca e von Mises 3D

Capítulo 5

Resistência dos Materiais

