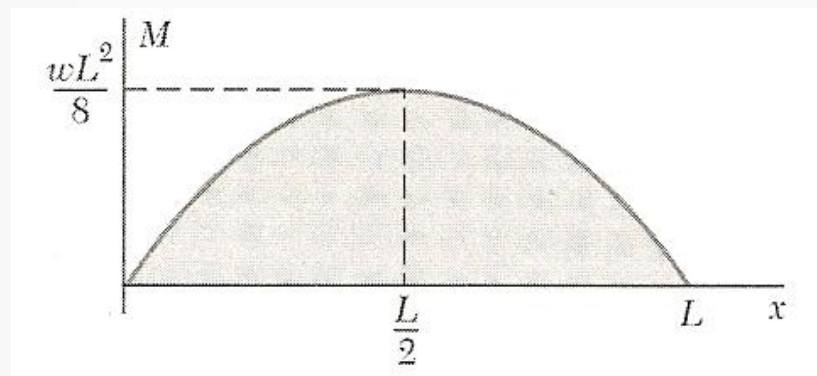
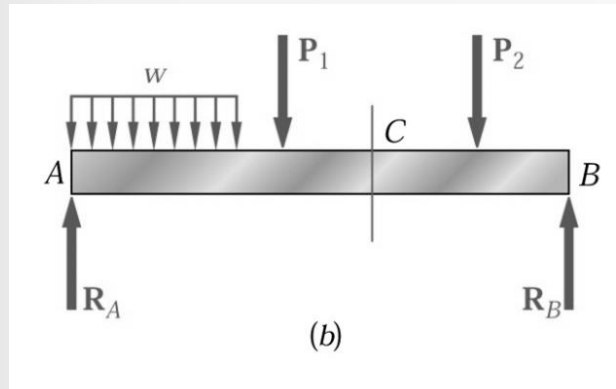


Resistência dos Materiais

Capítulo 1

- Forças Internas em vigas (diagramas de esforços)



Acetatos baseados nos livros:
- Mechanics of Materials - Beer & Jonhson
- Mecânica e Resistência dos Materiais – V. Dias da Silva



- Revisões da estática
- Tipos de apoio
- Diagrama de Esforço Normal
- Diagrama de Esforço de Corte
- Diagrama de Momento Fletor



O objetivo principal da disciplina de Resistência de Materiais é disponibilizar ao futuro engenheiro meios para analisar e projetar sistemas mecânicos solicitados por diversos tipos de esforços.

A análise e projeto de uma dada estrutura envolve a determinação de tensões e deformações.



Equações de equilíbrio – no espaço (3D)

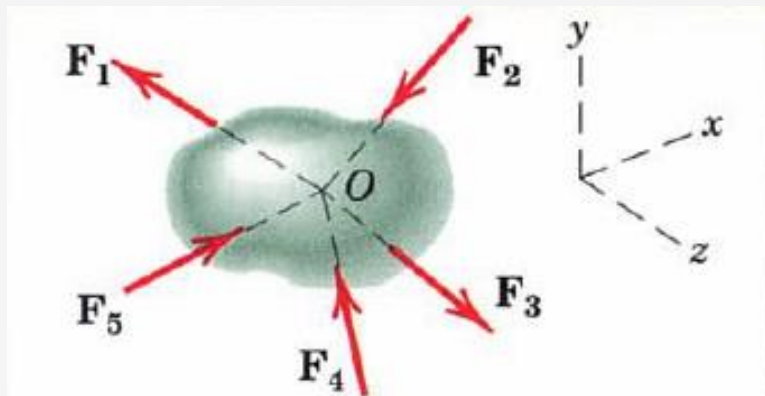
Capítulo 1

Resistência dos Materiais

Diagrama de corpo livre

Equações de equilíbrio

Forças concorrentes num ponto

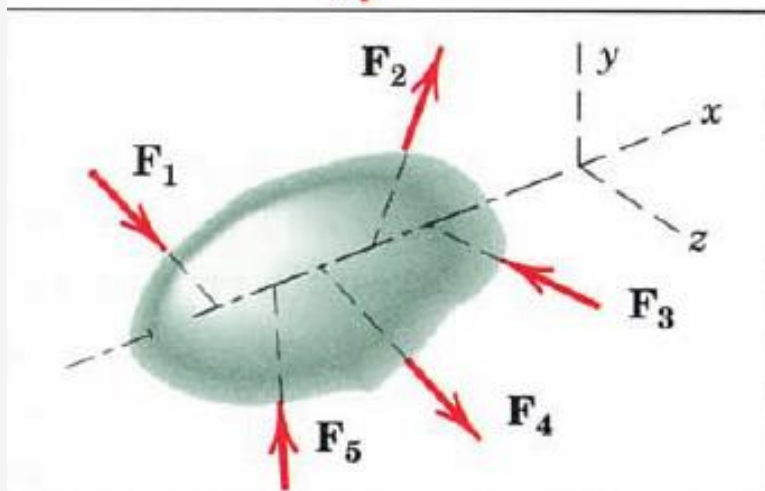


$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$

Forças concorrentes com uma linha



$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma M_y = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_z = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$



Equações de equilíbrio – no espaço (3D)

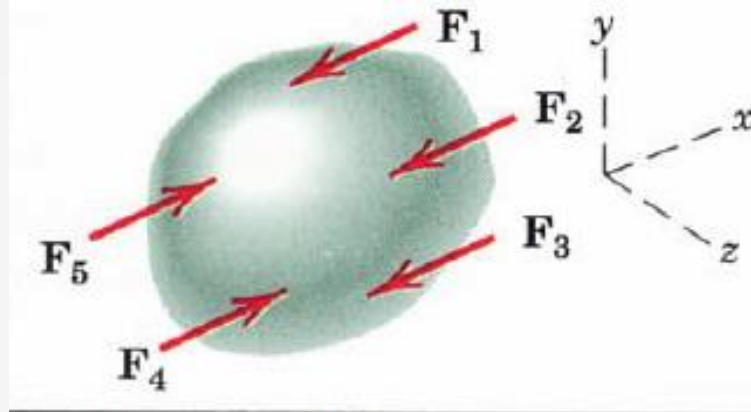
Capítulo 1

Resistência dos Materiais

Diagrama de corpo livre

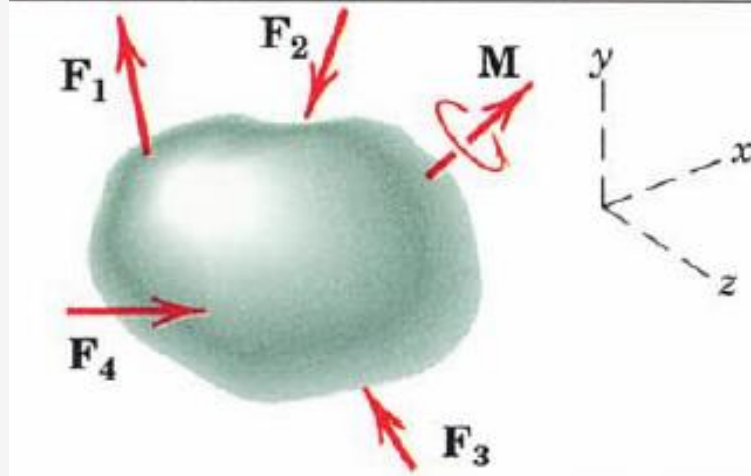
Equações de equilíbrio

Forças paralelas



$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma M_y &= 0 \\ \Sigma M_z &= 0\end{aligned}$$

Situação geral



$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma M_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 & \Sigma M_y &= 0 \\ \Sigma F_z &= 0 & \Sigma M_z &= 0\end{aligned}$$

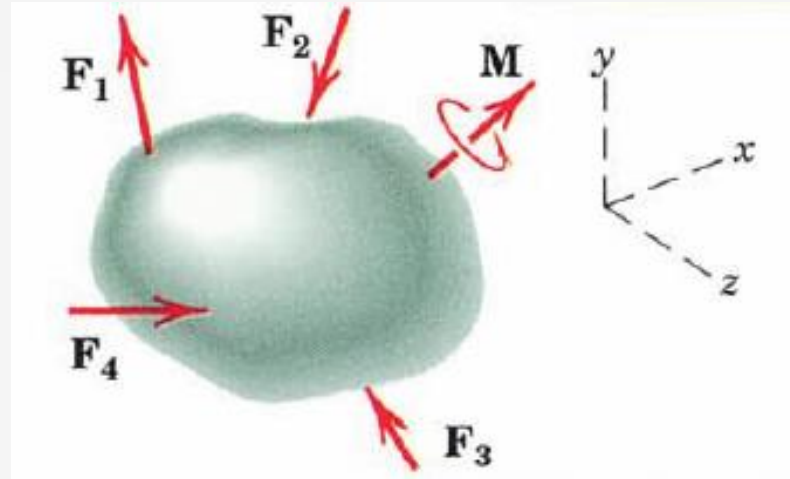


Equações de equilíbrio – no plano (2D)

Diagrama de corpo livre

Equações de equilíbrio

Situação geral



$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma M_x = 0$
$\Sigma F_y = 0$	$\Sigma M_y = 0$
$\Sigma F_z = 0$	$\Sigma M_z = 0$

Equações 3D → Equações 2D

$\Sigma \mathbf{F} = 0$	$\Sigma \mathbf{M} = 0$	
↙ ↘	↓	
$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma F_y = 0$	$\Sigma M_z = 0$

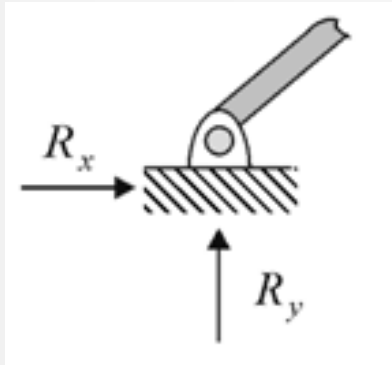
6 Equações → 3 Equações



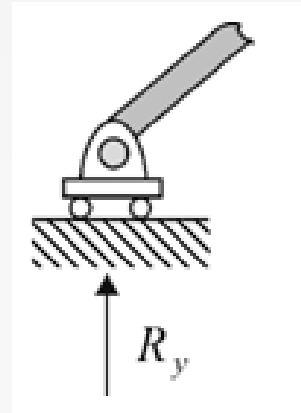
Tipos de apoio – no plano (2D)

Capítulo 1

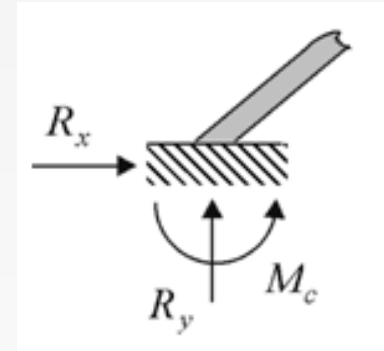
Apoio Fixo



Apoio Móvel



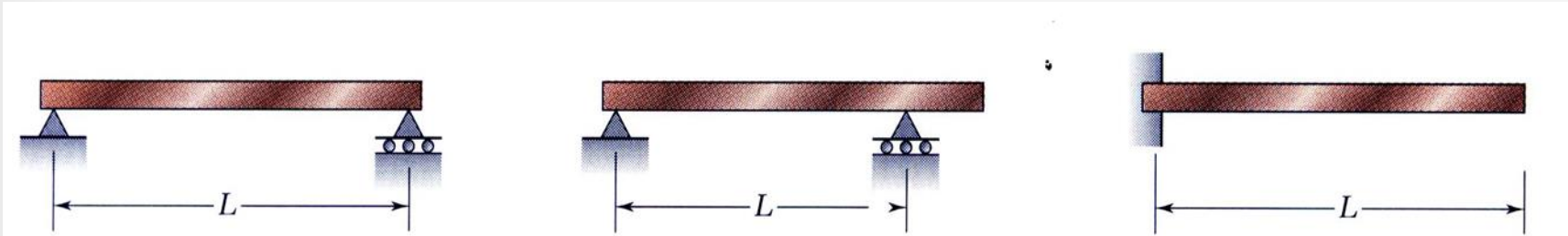
Encastramento



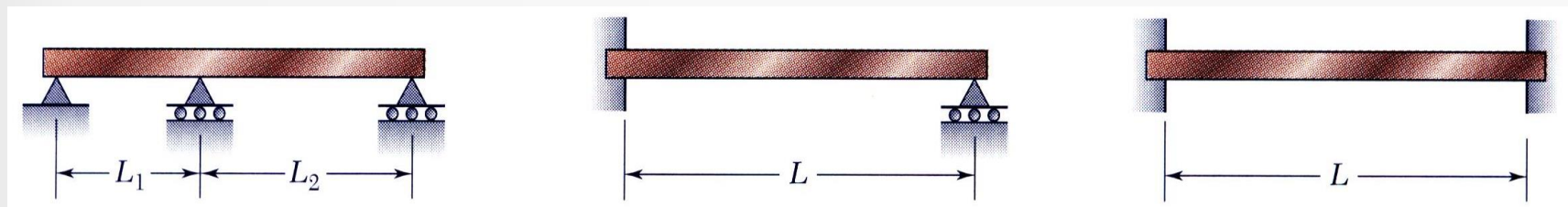


Vigas Estaticamente indeterminadas – no plano (2D)

Vigas Estaticamente determinadas - # incógnitas = # equações (3=3)



Vigas Estaticamente indeterminadas - # incógnitas > # equações



Para as vigas estaticamente indeterminadas as equações de equilíbrio estático **não são suficientes** para determinar todas as incógnitas do problema!



Equações de equilíbrio – no plano (2D) - exemplo

Viga estaticamente determinada

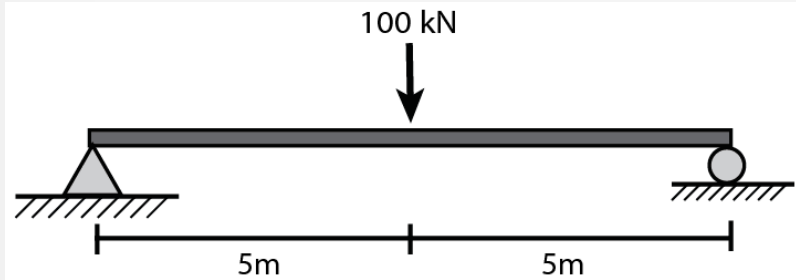
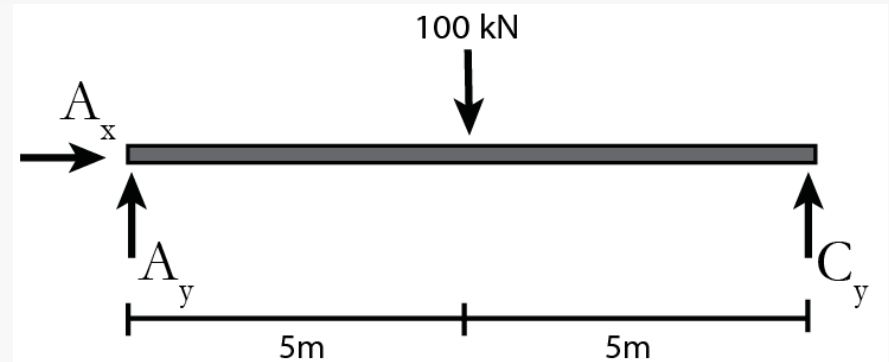


Diagrama de corpo Livre



Equações de Equilíbrio

$$\rightarrow^+ \sum F_x = A_x = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = A_y - 100 + C_y = 0$$

$$+\curvearrowright \sum M_z^A = -100 \times 5 + C_y \times 10 = 0$$

3 incógnitas
3 equações



Vigas Gerber – no plano (2D)

- A viga Gerber consiste na associação de **vigas com estabilidade própria** com outras **sem estabilidade própria**.
- A **ligação entre as partes** se dá por meio de articulações (**rotulas**).
- O aparecimento das vigas Gerber ocorreu para resolver problemas de ordem estrutural e construtiva.
- As vigas Gerber têm lugar de importância na engenharia estrutural, e a tendência é de cada vez mais serem utilizadas, tendo em vista o desenvolvimento das técnicas de pré-fabricação e montagem de estruturas



Vigas Gerber - exemplos

Capítulo 1

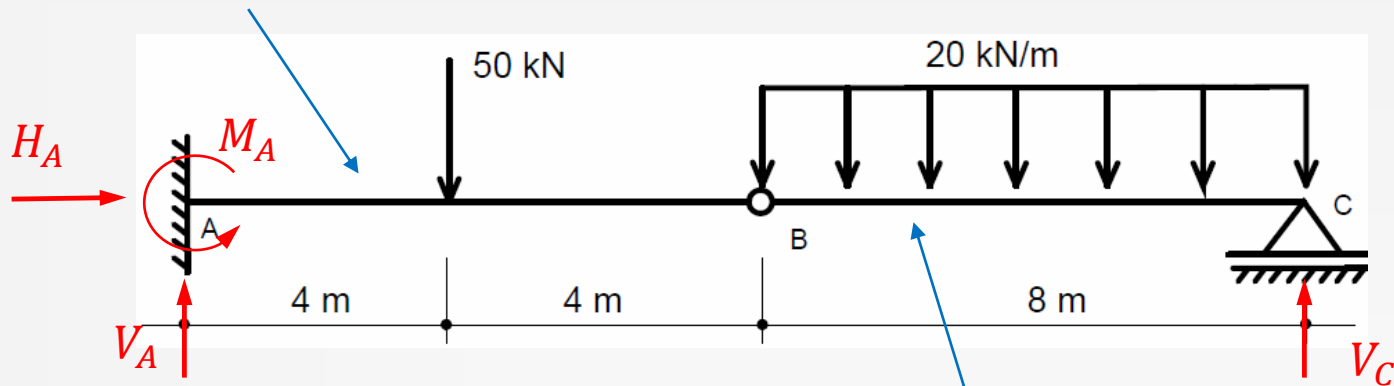
Resistência dos Materiais





Vigas Gerber – Calculo das reações

Viga com estabilidade própria



Viga apoiada adquire estabilidade através do apoio B

Equações de Equilíbrio

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z^A = 0$$

Para cada rotula temos mais 1 equação de equilíbrio de momentos (só 1).

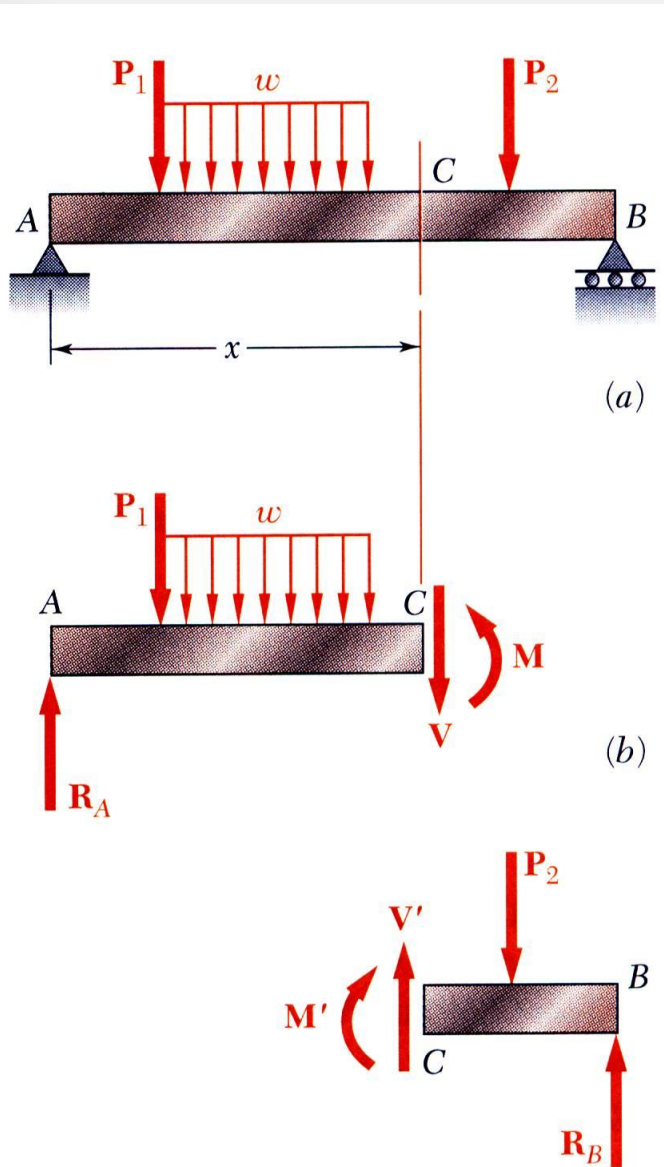
$$\sum (M_z^B)^{esq} = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum (M_z^B)^{esq} = 50 \times 4 - V_A \times 8 + M_A = 0$$

$$OU \quad \sum (M_z^B)^{dir} = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum (M_z^B)^{dir} = V_C \times 8 - 20 \times 8 \times 4 = 0$$

3+1 equações para 4 incógnitas



Diagramas - Esforço de Corte e Momento Fletor

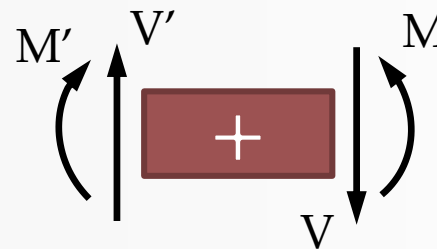


A determinação de tensões de corte e normais máximas requer a identificação do esforço transversal e do momento fletor máximos.

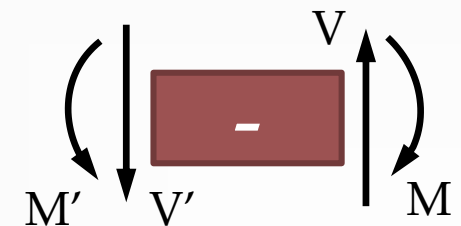
Num dado ponto, o esforço transversal e o momento fletor são determinados fazendo passar uma secção por esse ponto e fazendo equilíbrio estático nas duas extremidades das várias secções da viga.

Convenção de sinais

Para o esforço transversal V e V' e
Para o momento fletor M e M'



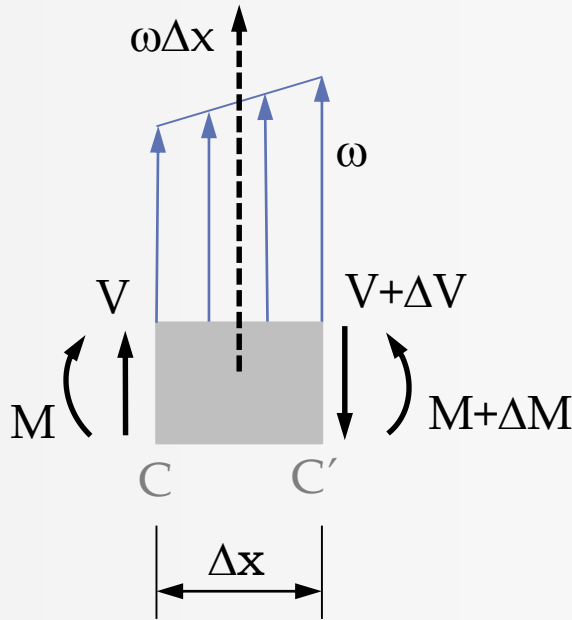
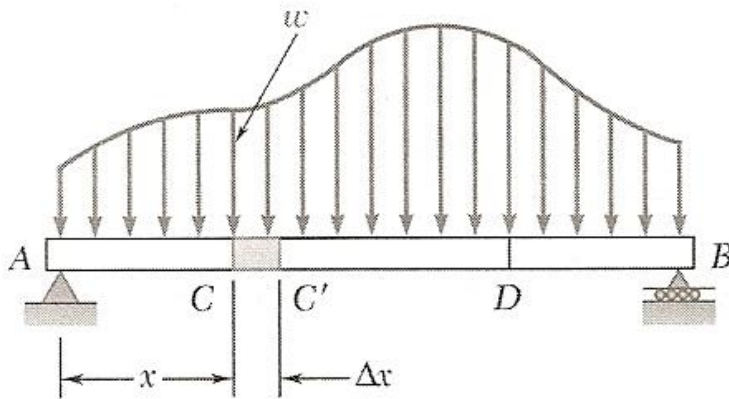
Sinal Positivo



Sinal Negativo



Diagramas - Esforço de Corte



Vamos separa a parte CC' da viga e traçar o seu diagrama de corpo livre fazendo o equilíbrio vertical das forças que atuam no corpo CC' ,

$$\sum F = V - (V + \Delta V) + \omega \Delta x = 0$$

$$\Rightarrow \Delta V = \omega \Delta x$$

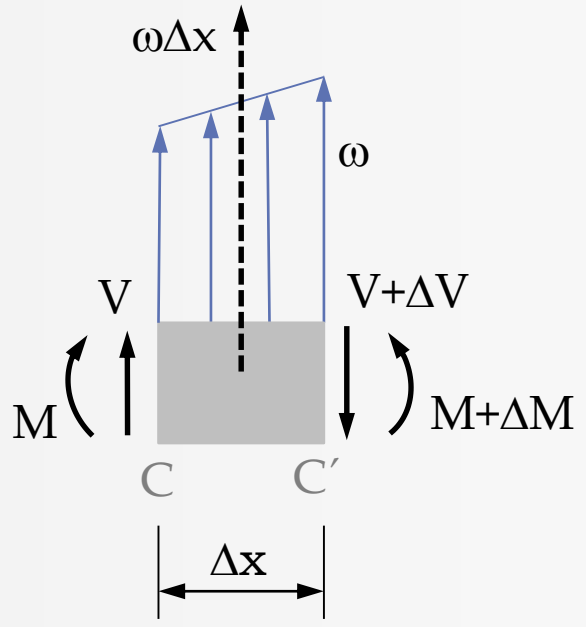
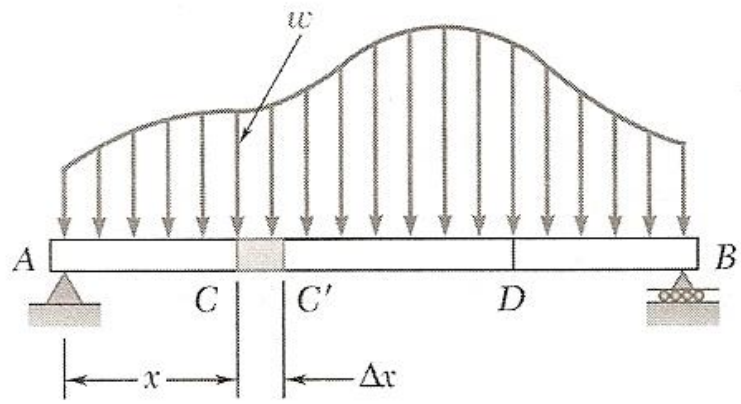
$$\frac{dV}{dx} = \omega$$

$$V_D - V_C = \int_{x_C}^{x_D} \omega dx$$

$$V_D - V_C = (\text{área sob a curva de carregamento entre C e D})$$



Diagramas - Momento Fletor



Fazendo agora o equilíbrio de momentos fletores em relação a C'.

$$\sum M = (M + \Delta M) - M - V \Delta x$$

$$-\omega \Delta x \frac{\Delta x}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta M = V \Delta x + \frac{1}{2} \omega (\Delta x)^2$$

$$\frac{dM}{dx} = V$$

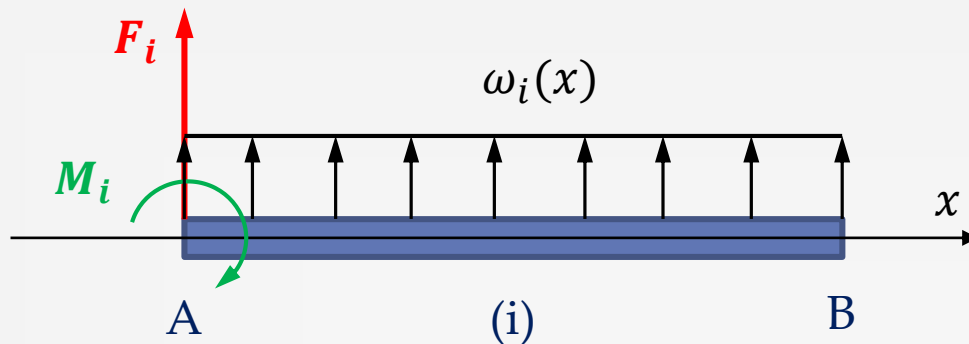
$$M_D - M_C = \int_{x_C}^{x_D} V dx$$

$$M_D - M_C = (\text{área sob a curva de esforço cortante entre C e D})$$



Diagramas - Esforço de Corte e Momento Fletor

Capítulo 1



Esforços positivos

Esforço de Corte

$$V_i(x) = V_{i-1}(x_A) + F_i + \int_{x_A}^x \omega_i(x) dx, \quad x_A \leq x < x_B$$

Momento Fletor

$$M_i(x) = M_{i-1}(x_A) + M_i + \int_{x_A}^x V_i(x) dx, \quad x_A \leq x < x_B$$