

## Índice

<b>1. Forças internas em vigas .....</b>	<b>2</b>
1.1 Vigas simples.....	2
1.2 Vigas Gerber.....	2
<b>2. Elasticidade linear .....</b>	<b>2</b>
2.1 Carregamento Axial - Tensão normal .....	2
2.2 Tensão de corte.....	2
2.3 Tensão normal e tensão de corte .....	3
2.4 Lei de Hooke.....	3
2.5 Efeito da Temperatura .....	3
2.6 Problemas estaticamente indeterminados .....	3
2.7 Lei de Hooke generalizada .....	4
2.8 Concentração de tensões.....	4
2.9 Estado Triaxial – Tensões e Direções Principais.....	4
2.10 Estado Biaxial – Circulo de Mohr .....	5
<b>3. Torção.....</b>	<b>5</b>
3.1 Secções circulares .....	5
3.2 Concentração de tensões.....	6
3.3 Veios de transmissão .....	6
3.4 Problemas híper-estáticos .....	6
3.5 Secções não circulares .....	6
3.6 Torção composta .....	6
<b>4. Flexão .....</b>	<b>7</b>
4.1 Flexão Pura.....	7
4.2 Flexão Simples.....	7
4.3 Flexão Composta.....	7
4.4 Flexão Desviada .....	8
4.5 Equação da Linha Elástica .....	8
4.6 Flexão Composta com Torção.....	9
<b>5. Critérios de cedência.....</b>	<b>9</b>
<b>6. Instabilidade estrutural - Flambagem.....</b>	<b>10</b>

## 1. Forças internas em vigas

### 1.1 Vigas simples

#### 1.1.1

a) $L=4\text{m}$ , e $\omega=1\text{kN/m}$ .	b) $L=4\text{m}$ , e $\omega=1\text{kN/m}$ .	c) $L=4\text{m}$ , e $P=1\text{kN}$ .
d) $L=4\text{m}$ , e $M_0=1\text{kNm}$ .	e)	f)
g)	h)	i)
j) $l=3\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .	k) $l=3\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .	l) $l=3\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .
m) $a=b=3\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .	n) $a=1\text{m}$ , e $p=1\text{kN}$ .	o) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .
p) $a=1\text{m}$ , e $M_0=1\text{kNm}$ .	q) $l=3\text{m}$ , e $p=1\text{kN}$ .	r) $l=2\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .
s) $a=3\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .	t) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .	u) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$ .

### 1.2 Vigas Gerber

#### 1.2.1

a) $a=b=c=1\text{m}$ , $p=1\text{kN/m}$	b) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$	c) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$
d) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$	e) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$	f) $a=1\text{m}$ , e $q=1\text{kN/m}$
g) $AB=BC=1\text{m}$ , $q=2\text{kN/m}$ , $F=2\text{kN}$ e $M=1\text{kNm}$	h) $AB=BC=CD=1\text{m}$ , $F=2\text{kN}$ e $M=3\text{kNm}$	i) $AB=BC=CD=1\text{m}$ , $q=2\text{kN/m}$

## 2. Elasticidade linear

### 2.1 Carregamento Axial - Tensão normal

2.1.1 R:  $\sigma = 1,82 \text{ MPa}$ ;

2.1.2 R:

2.1.3 R:  $\sigma^{(1)} = 47,8 \text{ MPa}$ ,  $\sigma^{(2)} = -18,1 \text{ MPa}$

2.1.4 R:

2.1.5 R:  $d_{AB} > 15,5 \text{ mm}$  e  $d_{AC} > 13,1 \text{ mm}$

2.1.6 R:  $d_{AB} > 3,54 \text{ mm}$  e  $d_{AC} > 3,23 \text{ mm}$

### 2.2 Tensão de corte

2.2.1 R:

2.2.2 R:

2.2.3 R: a)  $\sigma = 63,7 \text{ MPa}$ ; b)  $\sigma = 3125 \text{ kPa}$

2.2.4 R:  $L > 31,4 \text{ mm}$

2.2.5 R:  $d > 20,6 \text{ mm}$ ;  $t > 4,55 \text{ mm}$

## 2.3 Tensão normal e tensão de corte

2.3.1 R:.

2.3.2 R:.

2.3.3 R:  $t > 83\text{mm}$ ;  $b > 16,5\text{mm}$

2.3.4 R: a)  $\sigma = 302\text{ kPa}$ ,  $\tau = 141,3\text{ kPa}$ ; b)  $P = 7050,5\text{ N}$ .

2.3.5 R: a)  $\sigma_{BC} = 159,15\text{ MPa}$ ; b)  $d > 17,8\text{ mm}$ ; c)  $\sigma_A = 40,7\text{ MPa}$ ,  $\sigma_B = 36,7\text{ MPa}$  e  $\sigma_C = 101,9\text{ MPa}$

## 2.4 Lei de Hooke

2.4.1 R:

2.4.2 R:

2.4.3 R:

2.4.4 R:  $\delta_D = 2,75\text{ mm}$

2.4.5 R:

2.4.6 R: a)  $x = 0,0926\text{m}$ ; b)  $m = 25,62\text{kg}$

## 2.5 Efeito da Temperatura

2.5.1 R:

2.5.2 R:

2.5.3 R:

2.5.4 R:

2.5.5 R:

## 2.6 Problemas estaticamente indeterminados

2.6.1 R:  $R_B = 577\text{ kN}$ ;  $R_A = 323\text{ kN}$

2.6.2 R:  $\delta_A = \frac{PL}{A_1E_1 + A_2E_2}$

2.6.3 R:  $F_{CE} = 8\text{ kN}$ ,  $F_{DF} = 24\text{ kN}$ ;  $\delta_A = 1,31\text{ mm}$

2.6.4 R:  $\sigma = 124\text{ MPa}$ .

2.6.5 R:  $\sigma^{(1)} = 994\text{ kPa}$ ,  $\sigma^{(2)} = 2385\text{ kPa}$ ,  $\delta = 4\text{ }\mu\text{m}$ .

2.6.6 R:  $\sigma = 48,4\text{ MPa}$  e  $\delta = 2\text{ mm}$

2.6.7 R:  $R_B = 88267\text{ N}$ ;  $\delta = 0,23\text{ mm}$ .

2.6.8 R:  $R_E = 37191\text{ N}$ ;  $\delta = 0,0463\text{ mm}$

2.6.9 R:

2.6.10 R.:  $\sigma = 40,3\text{ MPa}$ .

## **2.7 Lei de Hooke generalizada**

**2.7.1** R:.

**2.7.2** R: a) e b)

**2.7.3** a) ;b) e c)

**2.7.4** a) ;b) ;c) e d)

**2.7.5** R:.

**2.7.6** R:

**2.7.7** R:

## **2.8 Concentração de tensões**

**2.8.1** R:.

**2.8.2** R:.

**2.8.3** R:.

## **2.9 Estado Triaxial – Tensões e Direções Principais**

**2.9.1** R: a).

b)

c)

d)

e)

f)

g).

h).

**2.9.2** R:

a)

b)

c)

## **2.10 Estado Biaxial – Circulo de Mohr**

**2.10.1** R:

**2.10.2** R: a)

b)

c)

**2.10.3** R: a)

b)

c)

**2.10.4** R:a)

b)

**2.10.5** R:

**2.10.6** R:

**2.10.7** R: a)

b)

## **3. Torção**

### **3.1 Secções circulares**

**3.1.1** R:a).

b)

c)

**3.1.2** R:a)

b)

**3.1.3** R:a)

b)

**3.1.4** R:

**3.1.5** R:

**3.1.6** R:.

**3.1.7** R:

a)

b)

c)

**3.1.8** R:.

**3.1.9** R:.

**3.1.10** R:

## **3.2 Concentração de tensões**

**3.2.1** R:.

## **3.3 Veios de transmissão**

**3.3.1** R:.

**3.3.2** R:.

**3.3.3** R:.

**3.3.4** R:.

## **3.4 Problemas híper-estáticos**

**3.4.1** R:

**3.4.2** R:

**3.4.3** R:

## **3.5 Secções não circulares**

**3.5.1** R:.

a)

b)

**3.5.2** R:.

**3.5.3** R:

a)

b)

**3.5.4** R:

**3.5.5** R:

**3.5.6** R:

**3.5.7** R:.

## **3.6 Torção composta**

**3.6.1** R:

## 4. Flexão

### 4.1 Flexão Pura

4.1.1 R:

a)

b)

4.1.2 R:  $\sigma = +6,709\text{MPa}$  (tração) e  $\sigma = -3,612\text{MPa}$  (compressão)

4.1.3 R:  $\sigma_a = 114\text{MPa}$  e  $\sigma_b = 74,7\text{MPa}$

### 4.2 Flexão Simples

4.2.1 R:.

4.2.2 R:.

a).  $P = 1670\text{N}$

b).

4.2.3 R:.

4.2.4 R:.

a)

b)

c)

d)

e)

4.2.5 R:

4.2.6 R:

### 4.3 Flexão Composta

4.3.1 R:.

4.3.2 R:

a)

b)

c)

d)

4.3.3 R:.

4.3.4 R:

4.3.5 R:

A)

B)

a)

b)

#### **4.4 Flexão Desviada**

**4.4.1** R:.

**4.4.2** R:.

- a).
- b)
- c)
- d).

**4.4.3** R:

- A)
- B)
- H)
- K)

**4.4.4** R:

- a)
- b)
- c)

**4.4.5** R:

- A)
- B)
- C)
- A)

**4.4.6** R:

- A)
- B)

#### **4.5 Equação da Linha Elástica**

**4.5.1** R:

- a)
- b)

**4.5.2** R:

- a)
- b)
- c)
- d)



## 4.6 Flexão Composta com Torção

4.6.1 R:

4.6.2 R:

4.6.3 R:

A)

B)

4.6.4 R:

H)

A)

B).

4.6.5 R:

a)

b)

H)

K)

4.6.6 R:

4.6.7 R:  $d > 23,3 \text{ mm}$

## 5. Critérios de cedência

5.1.1 R:

a)

b)

5.1.2 R:.

5.1.3 R:.

5.1.4 R:

a)

b)

c).

5.1.5 R:

## 6. Instabilidade estrutural - Flambagem

6.1.1 R:.

6.1.2 R:

6.1.3 R:

6.1.4 R:

6.1.5 R:

6.1.6 R:

6.1.7 R:.

6.1.8 R: